УДК 519.6:001.5
DOI https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.4/13

Левкін Д.А.
Харківський національний технічний університет сільського господарства
імені Петра Василенка

МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

У статті розглянуті можливі підходи до розрахунку й оптимізації технологічних систем, що містять дискретні джерела термонавантажень. Мета дослідження – розробка розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей процесу теплового впливу на матеріал для підвищення якості технологічних процесів за допомогою зменшення пошкоджень досліджуваного об'єкта і забезпечення контролю використання ресурсів.

Автором побудовані розрахункові математичні моделі (крайові задачі) і наведені деякі прикладні оптимізаційні математичні моделі процесу термічної дії на однорідний і багатошаровий об'єкти. Варто відзначити, що врахування в процесі моделювання та оптимізації багатошарової структури досліджуваного об'єкта і технічних параметрів випромінювачів значно ускладнює процес формалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей. Це призводить до значних витрат часу для забезпечення ітераційного процесу пошуку і перебору екстремумів температурного поля та забезпечення оптимізації технологічних систем. Водночас при цьому збільшується точність розрахунку й оптимізації параметрів систем, що сприяє зменшенню пошкодження досліджуваного об'єкта. Для підвищення швидкості дослідження прикладних оптимізаційних математичних моделей автор пропонує використати сіткові процесори на аналогових і гібридних моделях.

У статті наведена чисельна реалізація розрахункових математичних моделей процесу теплового впливу на прикладі ембріона, обчислені температури нагріву шарів ембріона і закладені передумови для подальшого дослідження прикладних оптимізаційних математичних моделей. Однак досліджуваним об'єктом для побудови і чисельної реалізації крайових задач можна вибрати довільний об'єкт. Зміна об'єкта дослідження спричинить зміну параметрів у разі постановки крайових задач і набір методів в обчислювальних структурах, необхідних для здійснення процесу оптимізації.

Ключові слова: математичні моделі, крайові задачі, оптимізація, сіткові процесори, обчислювальні структури.

Постановка проблеми. Для розробки програмних засобів і проєктування гідродинамічних, електротехнічних, технологічних, біотехнологічних та інших систем необхідний розрахунок керуючих параметрів. Досить часто досліджуваним об'єктом виступає багатошаровий матеріал під впливом джерел фізичних полів. В основі крайової задачі для такого матеріалу може бути система багатовимірних, нелінійних, нестаціонарних диференціальних рівнянь з граничними умовами. Для обґрунтування її коректності можна скористатися теорією псевдодиференціальних операторів над простором узагальнених функцій.

Об'єкти дослідження автора – однорідний і багатошаровий матеріали, що піддаються тепловому впливу джерел випромінювання. У статті побудовані крайові задачі процесу термовпливу і проведена чисельна реалізація для випадку, коли досліджуваним об'єктом виступає ембріон. Також автором розраховані температури лазерного нагріву шарів ембріона і наведені деякі прикладні оптимізаційні математичні моделі процесу впливу на однорідний і багатошаровий об'єкти дослідження.

Практичне застосування досліджень автора можливе для розрахунку і оптимізації керуючих параметрів процесів зварювання металу, лазерного зварювання біоматеріалу, розтину шкіри. Це дає змогу стверджувати про їх універсальність для розв'язання багатьох технологічних і біотехнологічних завдань.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проведемо аналіз наукових публікацій [1–6], що стосуються тематики досліджень автора. У монографіях [1; 2] наведено детальний аналіз наукових публікацій, що стосуються питань розрахунку й оптимізації гідродинамічних, теплофізичних, екологічних, механічних та інших систем, які містять локальні, дискретні джерела фізичних полів. У них наведені ефективні методи розрахунку керуючих параметрів розглянутих систем. Питання прикладного характеру досліджені в роботах [3–6]. У роботі [3] наведена оптимізація технічних параметрів процесу лазерного розтину металу. Результатом роботи [4] є висновок про доцільність використання саме лазерного хетчингу для розсічення зовнішньої оболонки ембріона і забезпечення трансплантації клітин. Розрахунку температури лазерної дії на ембріон для декількох теплових режимів присвячені результати роботи [5]. Однак у роботах [4; 5] не розглядалися питання оптимізації параметрів мікробіологічних систем, які перебувають під впливом зосереджених рухомих джерел температурних полів, які, своєю чергою, відрізняються постановкою і реалізацією крайових задач і прикладних оптимізаційних математичних моделей. Питання вибору та завдання оптимальної траєкторії для підрахунку числа життєздатних зародків у разі ділення ембріона лазерним відрізком розглянуті в роботі [6].

Мета статті – розробити розрахункові математичні моделі для неоднорідної ділянки матеріалу та намітити шляхи для оптимізації багатошарових технологічних систем, які містять локальні, дискретні джерела теплової дії.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглянемо крайову задачу рівняння теплопровідності для однорідної необмеженої прямолінійної ділянки матеріалу, яка перебуває під впливом джерел теплового навантаження:

$$\rho c \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \nabla\left(\lambda \nabla T(z,t)\right) + Q_0(z,t)\,, \qquad (1)$$

де ρ – коефіцієнт густини матеріалу;

c – коефіцієнт теплоємкості матеріалу;

$T(z,t)$ – температурне поле в матеріалі;

z – глибина проникнення випромінювання в матеріал;

t – час теплового впливу;

λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу;

$\nabla T = grad\, T$;

$Q_0(z,t)$ – функція, яка характеризує розподіл джерела енергії теплового навантаження.

Для розрахунку об'ємної густини $Q(z,t)$ джерела тепла в середовищі використаємо формулу:

$$Q(z,t) = \mu_a \varphi(z) \frac{E_0}{t^*}\,, \qquad (2)$$

де $\propto_a$ – коефіцієнт поглинання;

$\varphi(z)$ – повна освітленість у точці z;

E_0 – густина енергії випромінювання;

t^* – час дії імпульсного джерела.

Розподіл об'ємної густини потужності $Q(z,t)$ теплових навантажень:

$$Q(z,t) = \mu_a \int_0^{4\pi} Q_0(z,t)\, d\Omega\,, \qquad (3)$$

де $d\Omega$ – тілесний кут.

Функція $Q(z,t)$ має такий вигляд:

$$Q(z,t) = \begin{cases} q_0(z,t), \text{ якщо } z \in \left[0; z_0\right], t \in \left[0; t^*\right]; \\ 0, \text{ якщо } z \notin \left[0; z_0\right], t \notin \left[0; t^*\right], \end{cases} \qquad (4)$$

де $\left[0; z_0\right]$ – ділянка дії лазерного джерела;

$q_0(z,t)$ – питомий розподіл густини потужності теплових навантажень.

У випадку, коли коефіцієнти теплопровідності λ сталі, диференціальне рівняння теплопровідності (1) матиме такий вигляд:

$$\rho c \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \lambda \Delta T + q_0(z,t)\,, \qquad (5)$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Побудуємо крайову задачу процесу дії лазерного променя на ембріон. У якості першого наближення розглянемо ембріон під дією джерел лазерного випромінювання як сферичний, однорідний мікробіологічний об'єкт без урахування особливостей лазерних випромінювачів [7]. В основі крайової задачі процесу термічної дії лежить неоднорідне диференціальне рівняння теплопровідності у сферичній системі координат:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_0(\vec{r},t) = 0\,, \qquad (6)$$

де $T = T\left(\vec{r},t\right)$ – температурне поле;

$\vec{r}$ – глибина проникнення лазерного променя в ембріон;

$q_0(\vec{r},t)$ – функція, яка характеризує розподіл енергії теплового випромінювання.

Граничні умови Діріхлє на початку та наприкінці теплової дії:

$$\begin{cases} T\left(0,0\right) = T_0; \\ T\left(r_n, t_n\right) = T_n, \end{cases} \qquad (7)$$

де T_0 – температура на початку лазерної дії;

T_n – температура наприкінці лазерної дії.

Граничні умови теплового обміну на границі розділу ембріона та навколишнього середовища:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1\left(0,t\right)}{\partial r} = A\left(T_1 - T_{ext}\right), \qquad (8)$$

де A – параметр тепловіддачі ембріона;

T_1 – температура ембріона;

T_{ext} – температура навколишнього середовища.

Розглянемо ембріон з урахуванням його внутрішньої тришарової неоднорідної структури та технічних параметрів лазерних випромінювачів. Система диференціальних рівнянь теплопровідності з крайової задачі процесу лазерної дії на ембріон:

$$\begin{cases} 5.46\dfrac{\partial T_1}{\partial t} = 0.71\left(\dfrac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r_1}\dfrac{\partial T_1}{\partial r}\right) + 55.02, \textit{ якщо } r \in [20;30], t \in [625;1250]; \\ 5.44\dfrac{\partial T_2}{\partial t} = 0.96\left(\dfrac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r_2}\dfrac{\partial T_2}{\partial r}\right) + 94.1, \textit{ якщо } r \in [30;40], t \in [1250;1875]; \\ 5.3\dfrac{\partial T_3}{\partial t} = 0.94\left(\dfrac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r_3}\dfrac{\partial T_3}{\partial r}\right) + 390.25, \textit{ якщо } r \in [40;50], t \in [1875;2500]. \end{cases} \tag{9}$$

Граничні умови на початку і наприкінці лазерної дії на ембріон:

$$\left[\begin{array}{l} T(0;0) = 100\ {}^0C; \\ T(53;2550) = 37\ {}^0C. \end{array}\right. \tag{10}$$

Граничні умови питомого теплового потоку:

$$-0,67\frac{\partial T_1}{\partial r}(0,t) = 4,4\ . \tag{11}$$

Рівності розділу середовищ:

$$\begin{cases} T_1(20;625) = T_2(30;1250), -0,76\dfrac{\partial T_1}{\partial r} = -0,91\dfrac{\partial T_2}{\partial r}, \textit{ якщо } r \in [20;30]; \\ T_2(30;1250) = T_3(40;1875), -0,91\dfrac{\partial T_2}{\partial r} = -0,97\dfrac{\partial T_3}{\partial r}, \textit{ якщо } r \in [30;40]; \\ T_3(40;1875) = T_4(50;2500), -0,97\dfrac{\partial T_3}{\partial r} = -0,99\dfrac{\partial T_4}{\partial r}, \textit{ якщо } r \in [40;50]. \end{cases} \tag{12}$$

Рівності неперервності температурних полів:

$$\begin{cases} T(20;625-0) = T(20;625+0); \\ T(30;1250-0) = T(30;1250+0); \\ T(40;1875-0) = T(40;1875+0); \\ T(50;2500-0) = T(50;2500+0). \end{cases} \tag{13}$$

Як показано в роботах [8; 9], розмірність простору параметрів температурного поля залежить від числа змінюваних параметрів теплової дії на ембріон, а саме від таких параметрів, як: число точок контролю температурного поля ембріона, потужність лазерного джерела, геометричні характеристики джерела впливу, швидкість руху лазерного джерела поверхнею ембріона, траєкторія руху та інші.

Оскільки крайова задача вважається коректною лише за простої просторової форми та однорідної структури досліджуваного об'єкта, тоді потрібно визначити умови коректності крайової задачі процесу лазерної дії на ембріон. При цьому скористаємося результатами роботи [10]. Запишемо рівняння теплопровідності (6) в такому вигляді:

$$A_0(r, D_t, D_r)T(r,t) + \frac{\lambda}{\rho c}A(r, D_t, D_r)T(r,t) = f(r,t)\,. \tag{14}$$

Перевіримо, чи буде символ оператора $A_0(r, D_t, D_r)$ експоненціально-коректним поліномом сталої сили, а $A_1(r, D_t, D_r)$ – підлеглим символом диференціального оператора.

Поліном $P(\tau,\eta)$ називається експоненціально-коректним, якщо для будь-якого $\nu > 0$ знайдеться $p(\nu)$: $P(\tau, \eta + i\omega) \neq 0$ за умови, що $\operatorname{Im}\tau < p(\nu)$, $|\omega_j| < \nu$, де $j = 1,...,n-1$.

Символ $P(x,\tau,\eta) = \sum\limits_j a_j(x)\tau^{j_0}\eta_1^{j_1}\dots\eta_{n-1}^{j_{n-1}}$ вдовольняє умові сталості сили, якщо відшукаються такі $A > 0, \gamma_0$, що: $\left|P(x',\tau,\eta)/P(x'',\tau,\eta)\right| < A$ для будь-яких $x', x'' \in R^n$, якщо $\operatorname{Im}\tau < \gamma_0$.

Для подальших досліджень скористаємося визначенням псевдодиференціального оператора.

Псевдодиференціальним оператором називається оператор:

$$A(x,D)\varphi(x) = F_\xi^{-1}\left(A(x,\xi)\tilde{\varphi}(\xi)\right), \tag{15}$$

де символ $A(x,\xi)$ належить простору нескінченно-диференційованих функцій степеневого росту; $\tilde{\varphi}(\xi)$ – перетворення Фур'є узагальненої функції.

Частковим випадком псевдодиференціального оператора є диференціальний оператор.

Як бачимо, за $r > \delta$ умови виконані, а тому така крайова задача коректна.

Для розв'язання крайової задачі можна скористатися методом розділених змінних. Провівши низку розрахунків, отримали рівняння з відокремленими змінними і рівняння класу Фукса [11]. Розв'язавши рівняння класу Фукса, отримали два розв'язки:

$$T_1(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k-1}}{a^k \left((2k)!!\right)^2}$$

$$\text{і } T_2(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k}}{a^k \left((2k+1)!!\right)^2}. \quad (16)$$

З урахуванням граничних умов крайової задачі:

$$T(r,t) = T(0,0)e^{ct} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k}}{a^k \left((2k+1)!!\right)^2} - \frac{\rho c q_e}{6\lambda} r^2 g(t), \quad (17)$$

де функція $g(t)$ має вигляд:

$$g(t) = \begin{cases} 1, & якщо \quad t \le t_0; \\ 0, & якщо \quad t > t_0. \end{cases} \quad (18)$$

Провівши розрахунки, отримали, що температура нагріву периветильованого простору – 85,30 °C, клітин бластомірів – 60,15 °C.

Наведемо приклади декількох прикладних оптимізаційних математичних моделей для однорідного і багатошарового мікробіологічного матеріалу. Слід відзначити, що результати справедливі для одношарового матеріалу можно перенести на випадок багатошарового середовища.

Математична модель 1. Необхідно мінімізувати за параметрами теплового впливу максимальне значення модуля градієнта температурного поля в області точок однорідного мікробіологічного матеріалу Ω, тобто знайти:

$$\min_{z^* \in Z} \left[\max_{\substack{(x,y,z)\in\Omega^* \\ t\in[t_0;t^*]}} \left| grad\, T\left(x,y,z,t,z^*\right) \right| \right]. \quad (19)$$

При цьому $T\left(x,y,z,t,z^*\right)$ є температурним полем області точок $\left(x,y,z\right)\in\Omega^*$ матеріалу Ω,

$$z^* = \left(x,y,z,t,u,E,s(t),v(t),Q(x,y,z,t),L\right), \quad (20)$$

де u – інтенсивність джерела;

E – енергія дії джерела;

$s(t)$ – траєкторія руху лазерного джерела;

$v(t)$ – швидкість руху джерела;

$Q(x,y,z,t)$ – густина теплової дії;

L – геометричні розміри лазерного джерела.

Математична модель 2. Частковим випадком наведеної вище математичної моделі є математична модель контролю міжшарового розподілу температурного поля. Тоді потрібно досягти:

$$\min_{z^* \in Z} \left| \max_{\substack{(x,y,z)\in N_1 \\ t\in[t_0;t^*]}} T\left(x,y,z,t,z^*\right) - \max_{\substack{(x,y,z)\in N_2 \\ t\in[t_0;t^*]}} T\left(x,y,z,t,z^*\right) \right|, \quad (21)$$

де N_1, N_2 – області, які займають контрольовані шари.

Відзначимо, що наведені вище прикладні оптимізаційні математичні моделі мають свої особливості: велику розмірність простору шуканих параметрів, нелінійність системи обмежень на параметри теплового впливу та на температурне поле, багатозв'язність області допустимих розв'язків, багатоекстремальність прикладних задач оптимізації, складнощі з пошуком та перебором локальних екстремумів. Для подолання зазначених складнощів та забезпечення процесу оптимізації можна скористатися спеціалізованими сітковими процесорами на аналогових чи гібридних моделях.

Висновки. У статті побудовані розрахункові математичні моделі процесу термічної дії на прямолінійну необмежену однорідну область матеріалу та ембріон, які перебувають під дією джерел лазерного випромінювання, наведена чисельна реалізація останньої математичної моделі з урахуванням тришарової неоднорідної структури ембріона та параметрів лазерної дії. Розглядаючи піддослідний матеріал спочатку як однорідне тіло, а згодом, беручи до уваги його багатошарову структуру та особливості випромінювачів, автор наводить деякі прикладні оптимізаційні математичні моделі процесу термічної дії на багатошаровий матеріал. Відзначимо, що, беручи піддослідний матеріал як однорідне тіло, зменшуються витрати часу на забезпечення ітераційного процесу пошуку локальних екстремумів та здійснення оптимізації. Врахування неоднорідної, багатошарової структури досліджуваного об'єкта під час математичного моделювання та оптимізації параметрів теплової дії дасть змогу підвищити точність розв'язання прикладних задач оптимізації, здійснити контроль за використанням ресурсів випромінювачів, що дасть змогу підвищити якість технологічних процесів. Однак це підвищить складність формалізації прикладних задач оптимізації. Пов'язані з цим часові витрати можна скоротити за рахунок використання спеціалізованих сіткових процесорів на аналогових і гібридних моделях.

Список літератури:

1. Стоян Ю.Г., Путятин В.П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. Киев : Наук. думка, 1988. С. 44–48.
2. Стоян Ю.Г., Путятин В.П. Размещение источников физических полей. Киев : Наук. думка, 1981. С. 59–87.
3. Чубаров Е.П. Управление системами с подвижными источниками воздействия. Москва : Энергоатомиздат, 1985. 288 с.
4. Antinori S. Experience with the UV non contact laser in a assisted hatching in human. *Journal of Assist Reprod. and Genet.* 1997. Vol.14, Issue 5. 200 p.
5. Douglas-Hamilton D.H., Conia J. Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling. *Journal of Biomedical Optics.* 2001. Vol. 6, Issue 2. P. 205. DOI: 10. 1117/1.1353796.
6. Levkin A., Levkina R., Petrenko A., Chaliy I. Economic Security as a Result of Modern Biotechnology Implementation: 2019 IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S&T'2019) (8–11 October 2019 Kyiv). Kyiv, 2019. P. 139–142.
7. Мегель Ю.Е., Левкин Д.А. Математическая модель теплового нагрева многослойного микробиологического объекта. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий.* Харьков, 2012. № 3/4 (57). С. 4–8.
8. Левкін Д.А. Математичні моделі оптимізації параметрів дії лазерного променя на багатошарові біосистеми. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: «Механіко-технологічні системи та комплекси».* Харків : НТУ «ХПІ», 2014. № 60 (1102). С. 77–84.
9. Мегель Ю.Е., Путятин В.П., Левкин Д.А., Левкин А.В. Математическое моделирование и оптимизация параметров действия лазерного луча на многослойные биоматериалы. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: «Механіко-технологічні системи та комплекси».* Харків : НТУ «ХПІ», 2017. № 20 (1242). С. 60–64.
10. Левкін Д.А. Прикладні моделі та методи оптимізації систем. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: «Технічні науки».* Київ, 2020. Т. 31 (70), № 1. Частина 1. С. 99–103. DOI: https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.1-1/18.
11. Левкин Д.А. Математическое моделирование и оптимизация многослойных систем. *Енергетика і автоматика.* Київ : НУБіП України, 2019. № 1(41). С. 45–56. DOI: 10.31548/energiya2019.01.045.

Levkin D.A. METHODOLOGY OF TECHNOLOGICAL PROCESSES RESEARCH

The article considers possible approaches to the calculation and optimization of technological systems containing discrete heat sources. The purpose of the research is to develop computational and applied optimization mathematical models of the thermal influence process on the material, to improve the quality of technological processes by reducing damage to the studied object and ensuring control over the use of resources.

The author constructs computational mathematical models (boundary value problems) and presents some applied optimization mathematical models of the process of thermal action on homogeneous and multilayer objects. It should be stated that multilayer structure of the object under study and the technical parameters of the emitters significantly complicates the process of formalization of applied optimization mathematical models. This leads to a significant amount of time to ensure the iterative process of finding and searching for the extremes of the temperature field and to ensure the optimization of technological systems. At the same time, this increases the accuracy of calculation and optimization of system parameters which helps to reduce the damage to the object under the research. To increase the speed of the research of mathematical models applied optimization, the author proposes to use network processors on analog and hybrid models.

The article represents the numerical implementation of the calculated mathematical models of the process of thermal influence on the example of the embryo, calculated the heating temperatures of the embryo layers and laid the prerequisites for further study of applied optimization mathematical models. However, as an object of the research for the construction and numerical implementation of boundary value problems, it is possible to choose an arbitrary object. Changing the object of study will cause a change in the parameters for setting boundary value problems and a set of methods in the computational structures required for the optimization process.

Key words: *mathematical models, boundary value problems, optimization, network processors, computational structure.*